

# Теория импеллера

## Теория импеллера

Рассмотрим рис.1, следующие обозначения будут использованы в описании тока через ступень винта в канале между стенками центра тела и корпуса;

$U$  — аксиальная скорость потока у середины лопасти, фут/сек. Эта величина вместе с радиусом обычно остается неизменной при конструировании.

$V_b$  — угловая скорость средней части лопасти, фут/сек.

$V_{R1}$  — входная скорость, относительно лопасти, фут/сек.

$V_{R2}$  — выходная скорость, относительно лопасти, фут/сек.

$V_R$  — средний угол потока относительно лопасти, фут/сек. Это вектор представляющий локальное изменение скорости и направления потока

$\phi_R$  — угол направления вектора  $V_R$ , град.

$\Delta V_\omega$  — скорость закручивания потока, добавленная ротором, фут/сек.

$\phi_s$  — угол потока у входа статора, град.

$V_{S1}$  — скорость потока у входа статора, фут/сек.

$V_{S2}$  — скорость потока на выходе статора, фут/сек.

$\phi_{s\omega}$  — остаточный угол закрутки потока (после ротора и статора), град. Обычно принимается равным 0, но это не обязательно.

При разработке импеллера используются некоторые величины, которые выражают основные размеры импеллера;

$D_0$  — диаметр кожуха импеллера, фут.

$D_H$  — диаметр ступицы (центра тела), фут.

$$v = D_0 / D_H \quad (\phi.1)$$

$D_m$  — средний диаметр, фут.

$$D_m = \alpha D_0, \text{ где:} \quad (\phi.2)$$

$$\alpha = \left[ \frac{(1+v^2)}{2} \right]^{1/2} \quad (\phi.3)$$

$A_F$  — площадь выходного канала, фут<sup>2</sup>

$$A_F = \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_H^2) = \frac{\pi D_o^2}{4} (1 - \nu^2) = \frac{\pi \delta D_o^2}{4}, \text{ где} \quad (\text{ф.4})$$

$$\delta = (1 - \nu^2) \quad (\text{ф.5})$$

В расчетных целях, принимаем потери скорости во входном канале равными 0.

Уравнение Бернулли описывает связь между потоком снаружи импеллера и скоростью  $U$  в выходном канале. Падение статического давления происходит прямо перед ротором.

Вращаясь, крыльчатка повышает общее давление дальше по каналу. Кроме того, она закручивает поток, который затем выпрямляется лопастями статора. Если этого не происходит, появляется остаточная крутка потока ( $\phi s \omega$ ) приводящая к потерям тяги.

Если рассчитано, что давление перед ротором будет больше внешнего, то «губа» на входе должна увеличивать скорость потока, которая затем падает, понижая давление до внешнего уровня.

Базовое уравнение расчета импеллера связывает общий рост давления с прилагаемой мощностью в л.с:

$$\Delta p_T A_F U = 550 \eta_F \text{ ВHP} \quad \text{где:} \quad (\text{ф.6})$$

- общее увеличение давления крыльчаткой, фунт/фут

$\eta_F$  - КПД крыльчатки,

$\text{ВHP}$  - мощность приложенная (л.с.) на расчетных оборотах, которые в случае модельного двигателя будут примерно на 1000 об/мин. меньше пиковых на кривой

В работе по расчету импеллера я использую два коэффициента;

$$\varphi = \frac{U}{V_b} \quad \text{- коэффициент потока} \quad (\text{ф.7})$$

$$\psi = \frac{\Delta p_T}{\rho V_b^2} \quad \text{- коэффициент давления, где:} \quad (\text{ф.8})$$

- плотность воздуха = 0.002378 slug/ft<sup>3</sup> на уровне моря при стандартной температуре

Используя формулы 4, 6, 7, 8 получим:

$$\rho \psi V_b^3 \frac{\pi \delta D_o^2 \varphi}{4} = 550 \eta_F \text{ ВHP} \quad (\text{ф.9})$$

В средней части ротора:

$$V_b = \pi D_m \omega, \text{ где;} \quad (\text{ф.10})$$

$$\omega = \frac{\text{RPM}}{60} = \frac{\pi}{60} \text{ об/сек.} \quad (\text{ф.11})$$

С учетом (ф.2) и (ф.10) имеем базовое уравнение (ф.6) в конечном виде:

$$0.28 \pi \frac{3}{4} \alpha^3 D_0^5 \varphi = 550 \text{ г/с} \quad \text{, или;}$$

$$\varphi = \frac{9500 \text{ г/с}}{\pi^3 \alpha^3 D_0^5} \quad (\text{ф.12})$$

Использование (ф.12) зависит от знания КПД крыльчатки ( $\eta_F$ ). Который может быть определен как показано ниже. Пункты идут по возрастанию потерь, мною протестированы, дается сопротивление профиля + поверхностное сопротивление:

Часть импеллера	Вызываемые потери
1.Воздухозаборник; А. «колокол» Б. Короткий «колокол» В. RK-серии	- 0.015 - 0.041 - 0.076
2.Сопротивление бака (ДВС двигатель);	- 0.014
3.Ротор; А. Потери на законцовках, где: $\Delta R$ - зазор у краев лопастей, Н – высота лопасти Б. Сопротивление профиля; $(L/D)_P$ - на рис. 2 В. вторичные и выходные потери;	- 1.81( $\Delta R/H$ )  $-\frac{2.136}{(L/D)_P}$ - 0.052
4. Спрямоляющие стойки; А. Сопротивление профиля; $(L/D)_P$ - на рис. 2 Б. Вторичные потери;	$-\frac{.525}{(L/D)_P} \frac{(P_s - P_w)}{P_s}$ - 0.008
5.Потери на трение о крыльчатку;	- 0.016
6.Потери за обтекание цилиндра; (для ДВС) А.открытый цилиндр; Б. с обтекателем;	- 0.043 - 0.028
7.Остаточная закрутка потока ( $\phi_s \omega$ );	- 0.0002 · $\phi_s \omega^2$
8.Потери во входном/выходном каналах; L- общая длина каналов.	- 0.016 · (L/D <sub>0</sub> )

Обычный импеллер RK-049, был детально протестирован:

20500 об/мин.

$$\begin{aligned} RN_R &= 79,300 & ; & & (L/D)_P &= 22.3 \\ RN_S &= 59,600 & ; & & (L/D)_P &= 14.5 \end{aligned} \quad ]$$

Нижняя ламинарная кривая на рис.2

$$\begin{aligned} \Delta R &= 1/32 \text{ in.} = .032 \\ H &= .870 \text{ in.} \end{aligned} \quad ] \quad \left( \frac{\Delta R}{H} \right) = .0359$$

Воздухазборник типа «колокол».  
Головка цилиндра без обтекателя.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_s &= 25^\circ \\ \varphi_{sw} &= 13^\circ \end{aligned} \right] - \text{измерено}$$

$$\eta_F = 1 - .015 - .014 - 1.81 (.0359) - \frac{2.136}{22.3} - .052$$

$$- \frac{.525}{14.5} \left( \frac{25-13}{25} \right) - .008 - .016 - .043 - .0002(13)^2$$

$$\eta_F = 1 - .015 - .014 - .065 - .096 - .052 - .017 - .008 - .016 - .043 - .034$$

$$\eta_F = .640$$

Измеренный КПД импеллера RK-049 в трех разных тестах 58-65%.

Следующее очень важное уравнение оговаривает ограничение выходного канала и получено из уравнения неразрывности. Относится к участку сразу после статора и выходу из канала:

$$\rho A_F u = \rho A_e v_e \quad \text{или}; \quad A_F u = A_e v_e \quad (\text{ф.13})$$

$$A_F = \frac{\pi \delta D_o^2}{4} \quad (\text{ф.4})$$

$$A_e = \frac{\pi}{4} (D_{TP}^2 - D_{CB}^2) \quad (\text{ф.14})$$

где  $D_{CB}$  - диаметр любого выступа (по центру) на выходе из канала;  $D_{TP}$  - внутренний диаметр выходного канала.

$$A_e = \frac{\pi D_e^2}{4}, \quad \text{где эффективный диаметр выходного канала;}$$

$$D_e = (D_{TP}^2 - D_{CB}^2)^{1/2} \quad (\text{ф.15})$$

$v_e$  получена из уравнения Бернулли, примененному к сечениям в районах статора и выхода из канала.

$$p_o + \Delta p_T = p_o + \rho/2 v_e^2 \quad (\text{ф.16})$$

$$v_e^2 = \frac{2}{\rho} \Delta p_T = 2 v_b^2 \psi \quad \text{подставляем (ф.8) для } \Delta p_T \quad (\text{ф.17})$$

$$v_e = \sqrt{2} v_b \psi^{1/2} \quad (\text{ф.18})$$

Далее подставляем (ф.4), (ф.15), (ф.18) в (ф.13):

$$\begin{aligned} \frac{\pi \delta D_o^2 u}{4} &= \frac{\pi D_e^2 \sqrt{2} v_b \psi^{1/2}}{4} \\ \delta \left( \frac{D_o}{D_e} \right) \left( \frac{u}{v_b} \right) &= \sqrt{2} \psi^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{ф.19})$$

Из (ф.17)  $\left(\frac{u}{u_0}\right) = \varphi$ , получим:

$$\frac{z^{3/2}}{\varphi} = \frac{\delta}{\sqrt{2}} \left(\frac{D_0}{D_e}\right)^2 \quad (\text{ф.20})$$

Два основных расчетных уравнения импеллера (ф.13), (ф.20) могут быть решены совместно, результатом чего станут расчетные коэффициенты  $\varphi$  &  $z$ , которые совместно определяют конфигурацию потока и рост давления.

$$\begin{aligned} z^{3/2} &= \frac{9500 \eta_F \text{ ВМР} \left(\frac{D_0}{D_e}\right)^2}{\sqrt{2} \pi^3 \alpha^3 D_e \delta} \\ z &= \frac{356 (\eta_F \text{ ВМР})^{2/3} \left(\frac{D_0}{D_e}\right)^{4/3}}{\pi^2 \alpha^2 D_e^{1/3} \delta} \end{aligned} \quad (\text{ф.21})$$

$$\varphi = \frac{1.414 z^{1/2}}{\delta \left(\frac{D_0}{D_e}\right)^2} \quad (\text{ф.22})$$

Первый шаг при расчете крыльчатки – определение числа об/мин. и затрачиваемых при этом л.с. по кривой мощности, на уровне 1000 об/мин. ниже пикового. Это позволит двигателю раскрутиться до пика в полете, что лучше, чем перешагнуть его.

Диаметр центра тела обычно определяется посадочными размерами двигателя.

Внешний диаметр – выбор разработчика, но не может быть меньше величины необходимой для нормальной производительности лопастей (нет перекрывания лопастей, уместные расчетные коэффициенты подъема). В крыльчатках RK-серии применены следующие значения;

$$v = 0.42$$

$$d = 0.767$$

$$\delta = 0.824$$

$$C_L = 0.8$$

Лопасты практически перекрываются у ступицы.

Разработчик должен сделать важный выбор между тягой и простотой конструкции лопасти. И то и другое получается лучше при увеличении диаметра импеллера, а при меньших диаметрах – уменьшается вес модели. Импеллеры малого диаметра ведут к общему увеличению тяговооруженности модели, несмотря на дополнительные потери в тяге.



Диаметр выходного сопла должен быть большим, наиболее близким к максимуму;

$$D_e = \delta^{1/2} D_0 \quad (\text{ф.23})$$

после которого выходной канал начинает расходиться, ведя к возможному разделению потока.

Вышеуказанное соотношение получается уравниванием  $A_e$  и  $A_f$  из (ф.15) и (ф.4) соответственно.

Используя (ф.21) и (ф.22),  $\psi$  и  $\varphi$  высчитаны из известных;  $V_{л.с.}$ ,  $n$ ,  $d\delta$ ,  $D_0$ ,  $D_e$ .

Первоначальное значение  $\eta_f=0.7$  будет использовано и исправлено позже во втором приближении, если необходимо оно может быть получено из первого главного уравнения по вышеприведенной методике и сравнено со значением 0.7, чтобы увидеть нужно ли исправление. В любом случае это не будет причиной существенной ошибки.

Зная  $\psi$  и  $\varphi$ , угол потока на входе спрямляющего аппарата может быть рассчитан по нижеприведенной формуле, источник ее происхождения – за пределами этой статьи.

$$\varphi_s = \tan^{-1} \frac{\psi}{\eta_f \varphi} \quad (\text{ф.24})$$

Относительная скорость закрутки потока может быть найдена из выражения:

$$\Delta V_w = \frac{V_b \psi}{\eta_f} \quad (\text{ф.25})$$

Таким же образом средний угол потока у ротора может быть найден из формулы:

$$\tan \varphi_R = \frac{\varphi}{1 - \psi/2 \eta_f} \quad (\text{ф.26})$$

В этом пункте будет подробно рассказано о расчете лопастей ротора и статора. Для крыльчатки мы имеем следующую взаимосвязь:

$$C_{Lx} \sigma_x = 2 \frac{\psi_x}{\eta_f \varphi_x} \sin \varphi_{Rx}, \quad \text{где} \quad (\text{ф.27})$$

$$\sigma_x = \frac{B C_x}{2 \pi R_x} \quad \text{— «твердость» крыльчатки} \quad (\text{ф.28})$$

$B$  - количество лопастей

$R_x$  - радиус, фут.

$C_x$  - длина хорды лопасти в точке где  $R=X$

$CL_x$  - коэффициент подъема в точке, где  $R=X$

Для этой же точки радиуса определяются:  $\psi_x$ ,  $\varphi_x$ ,  $\varphi_{R_x}$

Большинство крыльчаток разработаны для работы в том, что называется состояние «вихревого потока». Это значит, что величина  $U$  – постоянна вдоль радиуса, и вообще не меняется. Между центробежными силами и силами радиального статического давления установлен такой баланс, при котором поток не движется по кругу. Математически, состояние вихревого потока описывается выражением:

$$\Delta \gamma_{\omega} = \frac{\text{constant}}{R} \quad (\text{ф.29})$$

Таким образом  $\Delta V_{\omega}$  (скорость закручивания, добавленная крыльчаткой) обратно пропорциональна радиусу лопасти.

Значения:  $\gamma_x$ ,  $\varphi_x$ ,  $\varphi_{R_x}$  находятся так:

$$\varphi_x = \frac{U}{V_{bx}} = \frac{U}{V_b \frac{R_x}{R_m}} = \frac{R_m}{R_x} \varphi \quad (\text{ф.30})$$

- значение на средней части лопасти

$$\gamma_x = \frac{\eta_F \Delta \gamma_{\omega}}{V_{bx}} = \frac{\eta_F}{V_{bx}} \left( \frac{V_b \gamma}{\eta_F m} \right) \frac{R_m}{R_x} = \frac{V_{bm} \gamma}{V_{bm} \left( \frac{R_x}{R_m} \right)} \left( \frac{R_m}{R_x} \right) = \left( \frac{R_m}{R_x} \right)^2 \gamma \quad (\text{ф.31})$$

- значение в средней части лопасти.

$$\tan \varphi_{R_x} = \frac{\varphi_x}{1 - \frac{\gamma_x}{2 \eta_F}} \quad (\text{ф.32})$$

Посредством (ф.27), (ф.30), (ф.31), (ф.32) кто-то может посчитать  $CL_x \sigma_x$  вдоль лопасти. Хорда лопасти может изменяться вдоль лопасти в соответствии с (ф.28) с целью приведения коэффициента подъема, к заданному значению.

В своей практике я задаю  $CL = 0.8$  вдоль всей лопасти. Это довольно умеренно, но гарантированно защищает от срыва потока и способствует применению плоско-выпуклых и слабо изогнутых профилей для простоты изготовления. Эта умеренность происходит от малых Чисел Рейнольдса у крыльчаток малого диаметра (например, RK-049).

Обращаясь к рис. 1 угол атаки (DR), под которым профиль с более-менее плоским «дном» должен быть расположен к среднему вектору скорости потока ( $V_R$ ), определяется так:

$$DR = 10.2 \cdot CL_x - 4.1^\circ \quad (\text{ф.33})$$

Это уравнение применимо к случаю отдельного профиля (нулевая твердость).

Вращающаяся часть ротора RK-серии имеет твердость 1.05. Для значений твердости (пояснение этого термина см. приложение) в этом режиме расчет должен следовать теории каскада, вернее чем приближение отдельного профиля, который пригоден приблизительно до  $\sigma = 0.8$ .



Как бы то ни было результаты использования неправильного приближения отдельного профиля на вращающейся части – умерены, выходит, что действительная нагрузка секции  $CL$  скорее уменьшена, чем увеличена. Уменьшенная вращательная ( $CL$ ) нагрузка лопасти приводит к уменьшению аксиальной скорости в этом месте. В любом случае опыт показал, что КПД крыльчатки практически не чувствителен к распределению аксиальной скорости до тех, пор пока площади пониженной скорости не приведут к излишку  $CL$ , ведя к срыву потока с лопасти.

Расчет спрямляющих лопастей производится в нижеописанной манере.

Снова обращаясь к рис. 1, выясняем, что эти лопасти удаляют закрутку ( $\phi_s$ ), которую придал потоку вращающийся ротор. Угол  $\phi_s$  вычисляется из (ф.25):

$$\phi_{s_x} = \tan^{-1} \frac{\Delta V_{\omega x}}{u} = \tan^{-1} \frac{1}{u} \left( \frac{V_b \phi}{\eta_F m} \right) \frac{R_m}{R_x} = \tan^{-1} \frac{1}{\left( \frac{u}{V_{bm}} \right)} \frac{\phi}{\eta_F} \frac{R_m}{R_x} = \tan^{-1} \frac{\phi}{\phi \eta_F} \left( \frac{R_m}{R_x} \right) \quad (\text{ф.34})$$

Коэффициент поднятия лопасти;

$$C_{L_x} \sigma_x = 2 \frac{\Delta V_{\omega x}}{u} \sin \phi_{s_x} = \frac{2}{u} \left( \frac{V_b \phi}{\eta_F m} \right) \left( \frac{R_m}{R_x} \right) \sin \phi_{s_x} = \frac{2 \phi}{\phi \eta_F} \left( \frac{R_m}{R_x} \right) \sin \phi_{s_x} \quad (\text{ф.35})$$

Твердость (Solidity),  $\sigma_x$ ;

$$\sigma_x = \frac{C_{L_x}}{2 \pi R_x} \quad (\text{ф.28})$$

И еще раз, как показано на рис. 1, угол атаки лопасти ( $D_s$ ) найден из уравнения изолированного (отдельного) профиля;

$$D_s = 10.2 \cdot C_{L_x} - 4.1^\circ \quad (\text{ф.33})$$

Снова я использовал умеренную политику расчета статора на RK-сериях, ограничением  $CL$  лопасти до 0.8. Это потом дает необходимую твердость, следовательно, хорду лопасти из (ф.28) и (ф.35) соответственно.

Далее идущие уравнения расчета лопастей статора подразумевают, что все повороты сделаны в один ряд. В случае импеллеров RK-серии имеются 6 спрямляющих лопастей в два ряда по три в каждом. Здесь первый ряд поворачивает поток на угол  $\phi_s/2$ , а второй ряд на оставшиеся  $\phi_s/2$ . В этом случае твердость каждого ряда – половинная. Лопасти установлены на том же значении относительно среднего угла потока. Первый ряд установлен относительно угла потока на  $3/4 \phi_s$  и второй ряд установлен на  $1/4 \phi_s$  относительно угла потока.

Как уже говорилось ранее, не обязательно добиваться прямого потока (без крутки), так как при этом профильное сопротивление спрямляющих лопастей может свести на нет преимущество прямого потока. Как показали тесты импеллеров RK-серии, оптимальный угол остаточной закрутки потока -  $5^\circ$ .

Потеря эффективности от этой крутки:

$$\Delta \eta_F = - \frac{\tan^2 \beta_{sw}}{\left(\frac{2\beta}{\eta_F \varphi^2}\right)} \quad (\text{ф.36})$$

Последний пункт – расчет статической тяги, которая получается при рассмотрении инерции движущегося тела:

$$T = \dot{m} v_e = \rho A_F u v_e, \quad \text{где:} \quad (\text{ф.37})$$

$\dot{m}$  - масса потока, slug/sec.

Используя (ф.18) для определения  $v_e$  и (ф.4) для  $A_F$ , получим:

$$\begin{aligned} T &= \rho \frac{\pi}{4} \delta D_0^2 u \sqrt{2} v_b \varphi^{1/2} = \rho \frac{\pi}{4} \delta D_0^2 \left(\frac{u}{v_b}\right) \sqrt{2} v_b^2 \varphi^{1/2} \\ T &= \rho \frac{\pi}{4} \delta D_0^2 \varphi \sqrt{2} \pi^2 \alpha^2 D_0^2 \varphi^{1/2} \quad \text{используем (ф.10):} \\ T &= \rho \frac{\pi^3 \sqrt{2}}{4} \alpha^2 \delta D_0^4 \pi^2 \varphi \varphi^{1/2} = 0.0260 \alpha^2 \delta D_0^4 \pi^2 \varphi \varphi^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{ф.38})$$

Более простое и, возможно, более интересное уравнение для определения тяги может быть получено подстановкой (ф.21) и (ф.22) в (ф.38) для  $\varphi$  и  $\rho$ :

$$T = 13.13 (\eta_F BHP D_e)^{2/3} \quad (\text{ф.39})$$

Разработана методика расчета динамической тяги, которая вполне может быть описана математически. Это небольшая потеря, так как статическая тяга - основной параметр, описывающий импеллер. Импеллерные модели имеют разбег больше чем пропеллерные, из-за малой тяги в статике, но это отставание наверстывается на скорости, когда тяга обычного винта быстро снижается.

Рисунок 1.

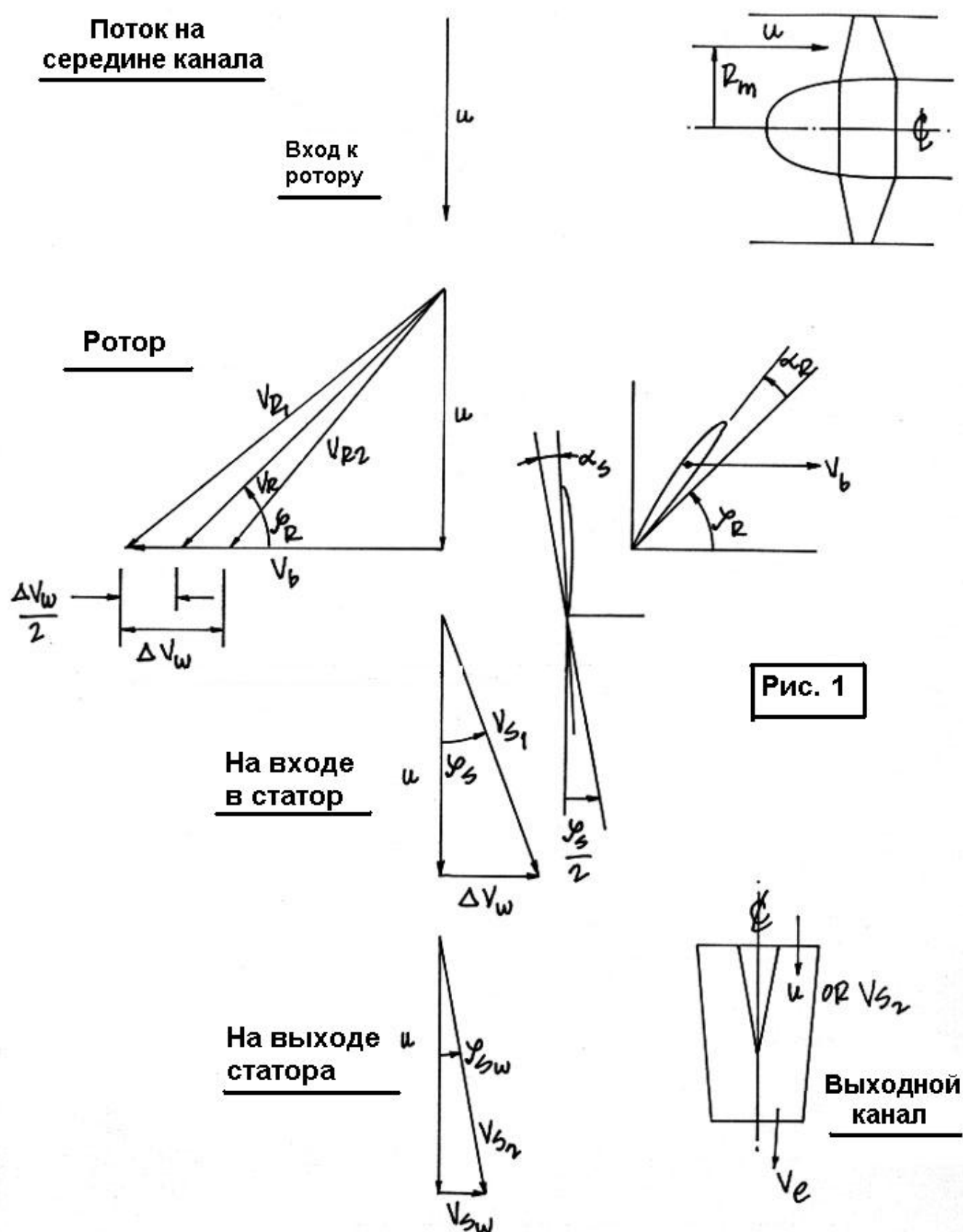
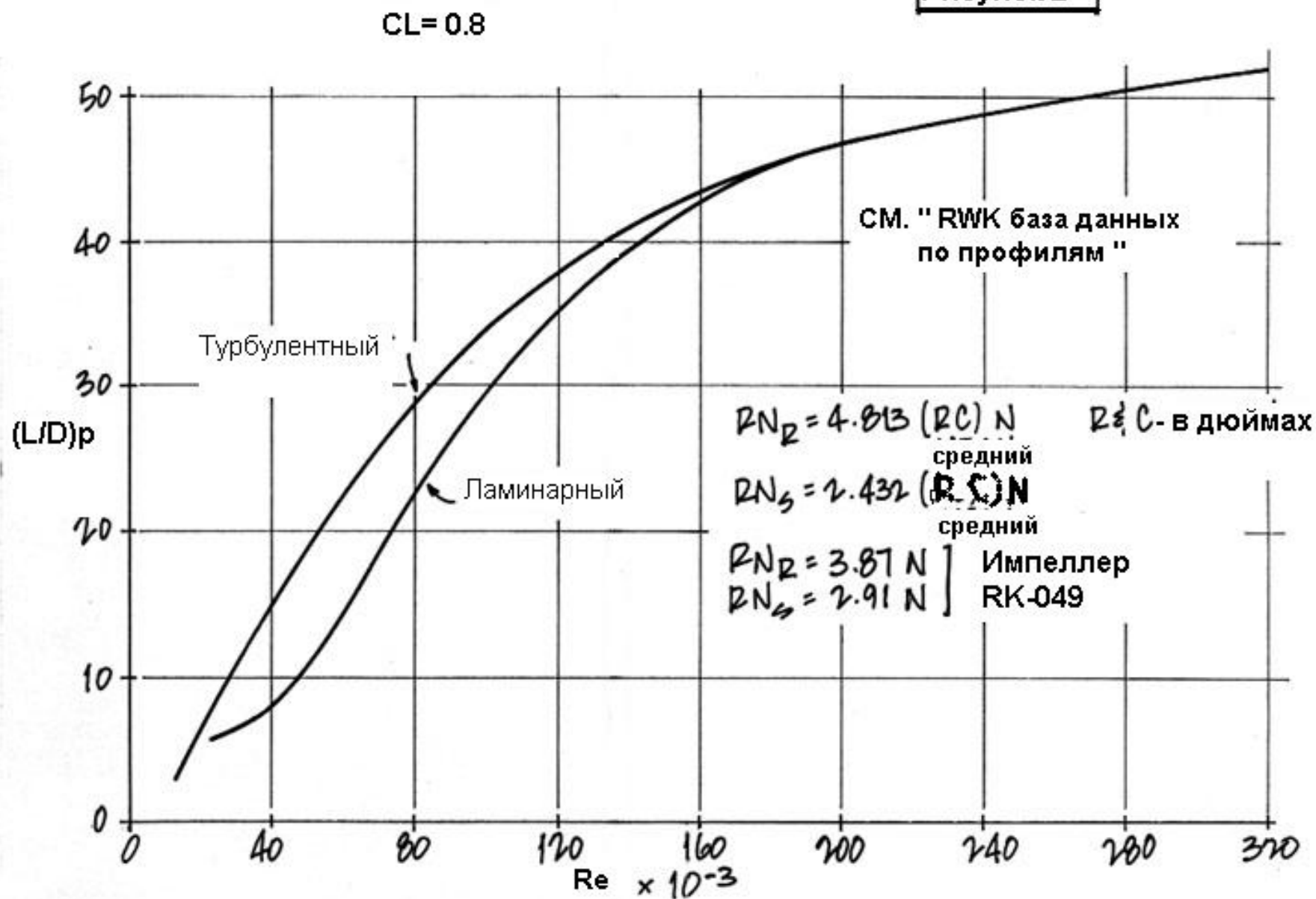
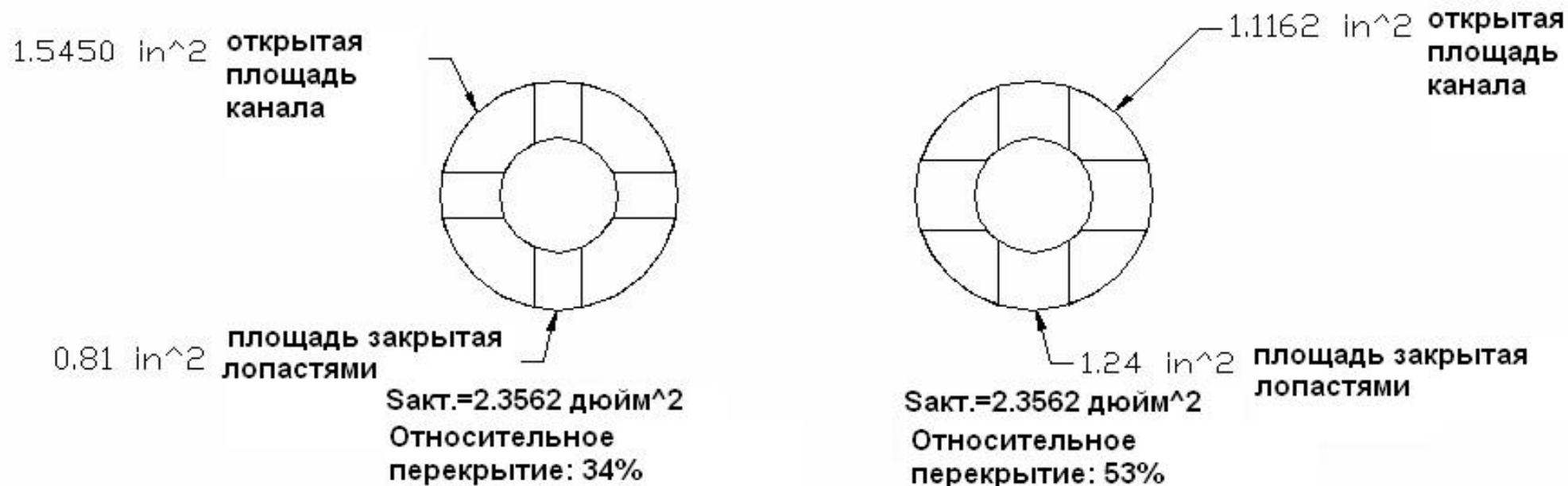


Рисунок 2



## Приложение



Покрывание лопастей\плотность лопастей находится как отношение площади лопастей к Sакт./Sвых. , этот фактор определяет рост давления в импеллере. Малая площадь покрытия будет ограничивать импеллер в возможности зватьгивать воздух через вход и проталкивать его дальше через выход.

